

颗粒物质在等比例应变加载下的分散性失稳模式

马 刚^{1,2}, 常晓林^{1,2}, 刘嘉英^{1,2}, 周 伟^{1,2}

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘 要: 由地下水引起的静力液化可能是边坡失稳的隐含机制之一, 松砂在不排水剪切条件下可能发生静力液化, 密实的颗粒集合体在特定的应变路径下也会出现相似的现象, 即试样整体发生急剧的失稳, 应力状态尚处于峰值强度线以内。该种失稳模式称为分散性失稳, 是为了强调失稳模式中没有出现应变局部化或者剪切带。采用连续-离散耦合分析方法, 研究由不规则形状颗粒组成的密实集合体在等比例应变加载路径下的力学特性。根据 Hill 的材料失稳理论, 当试样的应力增量 $d\sigma$ 和应变增量 $d\varepsilon$ 对应的 2 阶功 d^2W 为负时, 试样即发生不可逆的整体失稳破坏。以根据不同等比例应变路径得到 $p-q$ 曲线为界, 在 $p-q$ 平面内将试样的应力状态分为剪缩区、剪胀-稳定区和剪胀-非稳定区, 连接不同围压下试样发生分散性失稳时的应力状态形成失稳线发现, 峰值强度线高于临界状态线, 临界状态线高于失稳线。

关 键 词: 颗粒岩土材料; 失稳模式; 静力液化; 连续离散耦合; 等比例应变加载

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2015) 增 1-0181-06

Diffusion failure mode of granular materials under proportional strain path loading

MA Gang^{1,2}, CHANG Xiao-lin^{1,2}, LIU Jia-ying^{1,2}, ZHOU Wei^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China;

2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

Abstract: Loose sandy soil subject to undrained shearing manifests deviatoric softening, and such a behavior has been referred to collapse of static liquefaction. Feedback analysis of some slope failures reveals that the static liquefaction induced by underground water may be one of the implicit mechanisms of the slope failure. Densely packed assemblies exhibit similar phenomenon when sheared along certain proportional strain loading paths. For granular materials, such as soils, which are non-associated materials, diffusion failure can occur for stress states strictly included within the plastic limit condition. The expression “diffusion failure” is used in contrast to “localized failure”, to highlight the failure mode characterized by the lack of localization patterns. The mechanical response of dense assembly of irregular shaped particles subjected to proportional strain loading paths was studied using the combined finite-discrete element method(FDEM). According to Hill’s instability theory, a stress-strain state is stable if the stress and strain increments linked by the constitutive behavior of the material produce a strictly positive second-order work. The second-order work criterion is linked to the occurrence of a diffusing failure mode. In the meridian plane, the stress space is divided into dilation and compaction as distinguished by the controlling parameter of proportional strain loading path. The instability line is built by joining the points marking the onset of diffusion failure from each confining pressure.

Keywords: granular geomaterials; instability mode; static liquefaction; combined finite-discrete; proportional strain path loading test

1 引 言

非关联的弹塑性岩土材料尤其是颗粒类材料在塑性极限内存在多种失稳模式, 典型的如应变局部

化失稳。当应力状态处于塑性极限面以内时, 一定情况下也会发生分散性失稳。术语“分散性失稳”对应于应变局部化失稳, 强调了失稳模式中没有出现应变局部化或者剪切带。

收稿日期: 2015-03-06

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (No.51379161); 国家自然科学基金优秀青年科学基金 (No.51322905); 中央高校基本科研业务费专项资金 (2015 年)。

第一作者简介: 马刚, 男, 1985 年生, 博士后, 讲师, 主要从事高坝结构数值仿真方面的研究工作。E-mail: magang630@163.com

相比于对应变局部化的研究,对分散性失稳模式的研究比较少。Castro 等^[1]在对饱和松砂进行静力加载试验时发现,完全不排水条件下偏应力 q 达到峰值后,在试样轴向施加微小的应力增量,试样整体马上发生急剧的失稳,应力状态尚处于峰值强度破坏面以内,称之为静力液化,以区别于饱和砂土在循环加载中出现的动力液化。随着试样相对密度的增加,静力液化现象越来越弱并最终消失。研究人员通过室内试验,研究了排水条件、围压、应力水平、相对密度等因素对静力液化启动机制的影响^[2-7]。Lade 等^[3]将不同试验条件下静力液化时的应力状态在应力空间内连起来形成失稳线,当试样的应力水平在失稳状态线以上时,在不排水条件下通过轴向加载会发生急剧失稳。

通过对大量边坡失稳案例的分析,Olson^[8]认为由于地下水引起的静力液化可能是边坡失稳的隐含机制之一。认识到静力液化与滑动失稳的密切联系后,大大扩展了人们对岩土失稳机制的认知深度和研究范围^[9-10]。

随着研究的深入人们发现,对密实的颗粒集合体,通过控制试样在剪切过程中的体积变形也会出现与静力液化相似的现象,即分散性失稳。由于不排水剪切试验时试样的体积保持不变,可以认为松砂在不排水剪切试验中出现的静力液化是分散性失稳的一个特例。通常在室内试验或离散元模拟中沿不同的应变路径剪切颗粒集合体,控制其体积变形,研究其在不同体变情况下可能发生的分散性失稳。Lancelot 等^[11]、Jrad 等^[12]采用常规的试验装置,研究了颗粒材料在应变加载路径下的力学特性。Darve 等^[9]和 Nicot 等围绕颗粒材料的分散性失稳,综合采用室内试验^[13-14]、理论建模^[15-16]和离散元模拟^[17-18]开展了大量富有建设性的研究工作。

本文采用连续-离散耦合分析方法 (combined finite-discrete element method, FDEM) 模拟密实的颗粒集合体在不同应变加载路径下的力学特性,研究其在特定应变路径下可能出现的分散性失稳。以往的研究表明, FDEM 能体现颗粒层面的摩擦、咬合、破碎和重排列对宏观力学特性的影响,再现岩土颗粒材料,如粗粒土、堆石的非线性、压硬性、剪胀和剪缩特性^[19-20]。

2 等比例应变加载路径的数值试验

2.1 数值试样

采用随机颗粒生成程序生成形状随机的不规则多面体颗粒,按照体积等效原则,定义颗粒的等

效直径为

$$d^* = 2\sqrt[3]{3V/(4\pi)} \quad (1)$$

式中: V 为三维凸多面体颗粒的体积。试样的体积分数为等效粒径小于某值的颗粒体积占颗粒总体积的百分数 $F(d^*) = P(D^* < d^*)$, D^* 为凸多面体颗粒等效粒径,试样的体积分数在最大等效粒径 ($d_{\max}^* = 24 \text{ mm}$) 与最小等效粒径 ($d_{\min}^* = 10 \text{ mm}$) 之间线性变化。相对密度 0.9 对应的试样孔隙比 $e = 0.518$, 孔隙率 $n = 0.342$ 。

生成的数值试样如图 1(a) 所示。试样形状为 $300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ 的立方体,共包含 8 927 个不规则凸多面体颗粒,试样中颗粒的等效粒径分布如图 1(b) 所示,采用 2 阶四面体单元离散为 142 277 个单元,401 590 个节点。

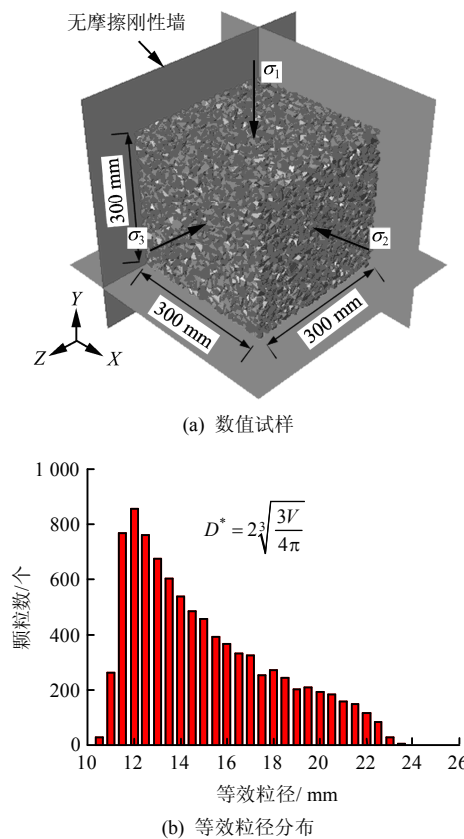


图 1 数值试样及试样中颗粒的等效粒径分布
Fig.1 Numerical sample and equivalent particle size distribution

2.2 细观参数

数值试验需要的细观参数较多,其中部分参数可以通过常规物理力学试验直接确定。本研究不针对特定的岩土颗粒材料,只是在一般参数取值范围内选取了一套参数进行数值模拟,参数见表 1。

2.3 等比例应变加载路径

为了研究堆石料的分散性失稳特性,本文设计

表 1 数值试验所用的细观参数
Table 1 Set of parameters used in simulations

有限元部分			离散元部分			
密度 (kg/m ³)	颗粒母岩 弹性模量 泊松比 /GPa	颗粒母岩 泊松比	颗粒间的 摩擦系数 tanφ _n	法向接 触刚度 (N/m ³)	刚度比 K _s /K _n	颗粒与 边界摩 擦系数
2600	30	0.2	0.5	30×10 ⁹	0.4	0

了一组轴对称的等比例应变加载路径数值试验, 数值试样和计算参数分别如图 1、表 1 所示。采用应变增量的形式, 将轴对称的等比例应变加载路径:

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_1 &> 0 \\ d\varepsilon_2 &= d\varepsilon_3 \\ d\varepsilon_1 + 2Rd\varepsilon_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

当 $R = 1$ 时, 试样体积变形为 0, 对应于不排水剪切试验; 当 $R > 1$ 时, 试样发生体积收缩, $R = 1$ 时对应于单轴压缩试验; 当 $0 < R < 1$ 时, 试样发生体积膨胀。

在轴对称的等比例应变加载路径数值试验中, 先对试样施加各向等压的应力状态直至预定的围压值, 然后按照上述的等比例应变加载路径分别控制试样轴向和侧向加载板的位移, 以保证试样的应变增量满足式 (1)。分别进行围压为 0.8、1.6、2.4、3.2 MPa 下的等比例应变加载路径数值试验, 每个围压下控制应变路径的参数 R 取 1.333、1.000、0.667、0.500 和 0.400。

在轴对称加载情况下, 有 $\sigma_2 = \sigma_3$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, 试样的应变状态可用 ε_1 、 ε_3 表示, 对应的应力状态可用 σ_1 、 σ_3 表示, 定义颗粒集合体的能量密度 W :

$$W = \varepsilon_1 \sigma_1 + 2\varepsilon_3 \sigma_3 \quad (2)$$

在等比例应变加载路径中, 试样的应变状态可用 ε_1 和 $\varepsilon_1 + 2R\varepsilon_3$ 来描述, 对应的应力状态不再采用 σ_1 和 σ_3 而是 $\sigma_1 - \sigma_3/R$ 和 σ_3/R , 可将式 (2) 中能量密度的定义改写为

$$W = \varepsilon_1 \sigma_1 + 2\varepsilon_3 \sigma_3 = \varepsilon_1 \left(\sigma_1 - \frac{\sigma_3}{R} \right) + (\varepsilon_1 + 2R\varepsilon_3) \frac{\sigma_3}{R} \quad (3)$$

在等比例应变加载路径中有 $\Delta\varepsilon_1 + 2R\Delta\varepsilon_3 = 0$, 则 2 阶功可简化为

$$\begin{aligned} d^2W &= d\sigma_1 d\varepsilon_1 + 2d\sigma_3 d\varepsilon_3 = d\varepsilon_1 \left(d\sigma_1 - \frac{d\sigma_3}{R} \right) + \\ &(\varepsilon_1 + 2Rd\varepsilon_3) \frac{d\sigma_3}{R} = d\varepsilon_1 \left(d\sigma_1 - \frac{d\sigma_3}{R} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

3 分散性失稳模式

图 2 为不同等比例应变路径的剪应力 p 与平均应力 q 关系曲线。当 $R \geq 0.667$ 时, p - q 曲线没有出现峰值, 剪应力持续增大至试验结束; 当 $R = 0.5$ 时, p - q 曲线存在一个局部峰值, 剪应力在达到这个局部峰值后经过短暂的降低, 此后又继续增大; 当 $R = 0.4$ 时, 剪应力 q 在达到峰值后迅速减小, 表明试样已丧失了承载能力, 发生了分散性失稳。

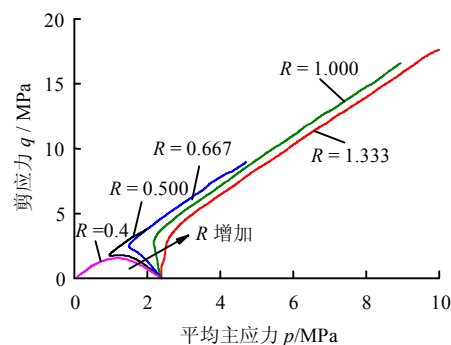


图 2 子午面上的应力路径

Fig.2 Stress paths in the meridian plane

根据 $R = 0.667$ 、0.500、0.400 的等比例应变路径数值试验得到的结果, 采用式 (4) 计算 2 阶功, 颗粒集合体的 2 阶功在加载过程中的演化曲线如图 3 所示 (虚线标示一系列圈中特征点对应轴向应变)。为了便于对比, 将上述 3 个 R 值的剪应力 q 、 $(\sigma_1 - \sigma_3/R)$ 与轴向应变的关系曲线也绘于图 3 中。当 $R = 0.400$ 时, 2 阶功 d^2W 在加载过程中减小到 0 以下, 表明试样在此应变路径下发生了分散性失稳, 而在其余几个应变路径下 2 阶功 d^2W 始终为正值。对比 $R = 0.400$ 时的剪应力 q 、 $(\sigma_1 - \sigma_3/R)$ 与 2 阶功 d^2W 变化曲线, 2 阶功 d^2W 在剪应力 q 达到峰值后才变为 0。

由上述分析可以得到岩土颗粒材料的典型分散性失稳模式, 如图 4 所示。从图中可以看出, 在给定的应变路径下 p - q 关系曲线存在一个峰值点, 在达到这个峰值点后, 如果继续施加一个无限小的轴向荷载, 试样整体出现急剧失稳。采用应变控制加载时试验可以继续下去, 此时平均主应力 p 和剪应力 q 持续减小直至 0。根据连续介质力学的小变形假设, Hill 的材料失稳准则采用共轭的应力增量 $d\sigma$ 和应变增量 $d\varepsilon$ 来判断材料的状态。对于一个材料点来说, 在经历了一定的应力、应变历史后, 当其应力增量 $d\sigma$ 与其对应的应变增量 $d\varepsilon$ 满足 $d^2W = d\sigma : d\varepsilon < 0$ 时, 认为材料点发生了分散性失稳。将 2 阶功准则推广到更一般的情况, 对一个体

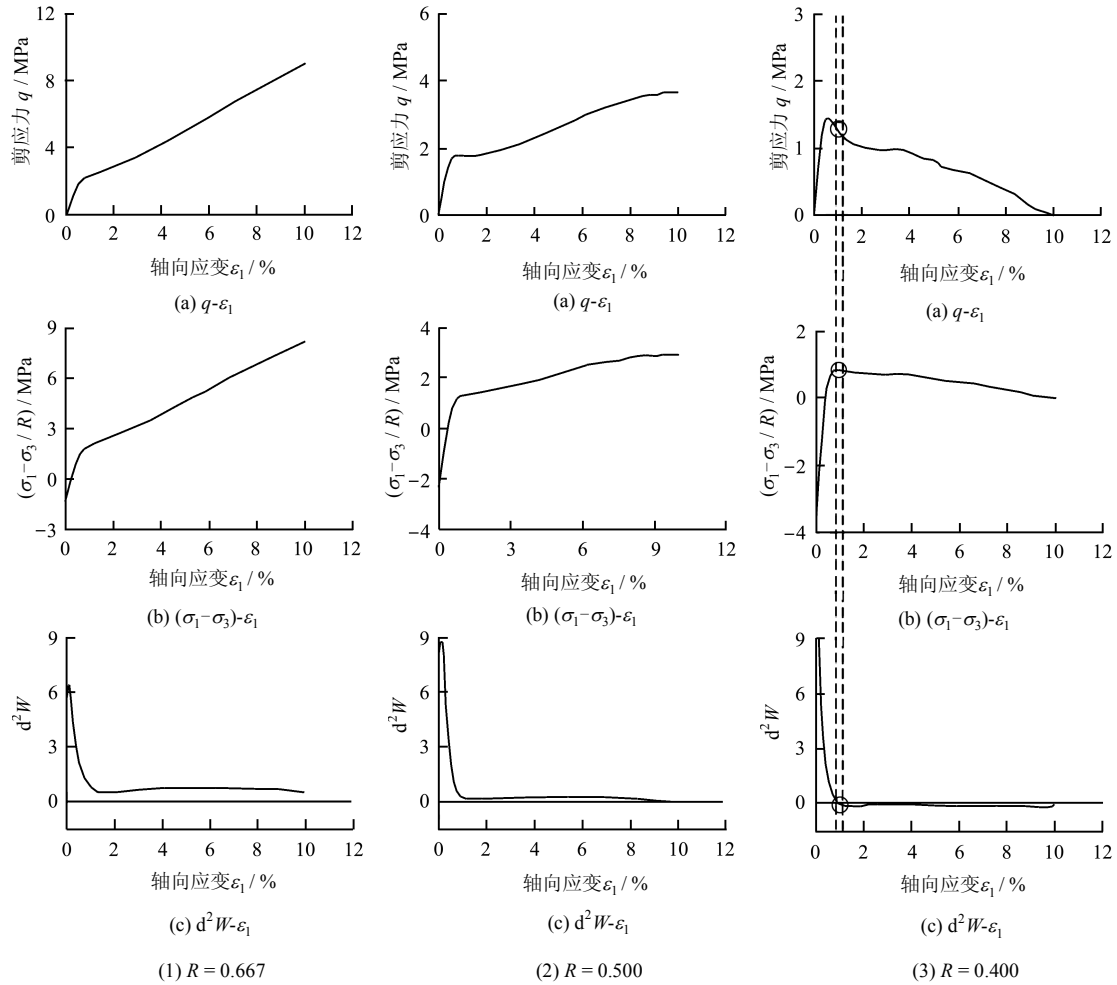


图 3 不同等比例应变路径的剪应力、应力差及 2 阶功演化曲线

Fig.3 Evolutions of deviator stress, modified deviator stress and second-order work under different proportional strain path loading tests

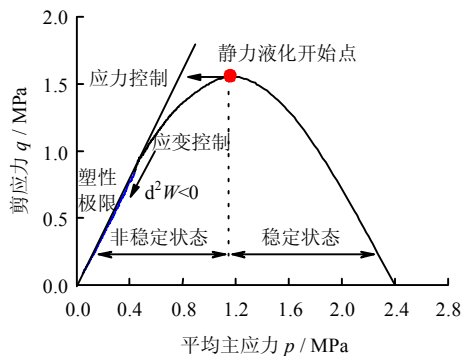


图 4 典型的分散性失稳模式

Fig.4 Unstable state related to a diffuse mode of failure strictly inside the Mohr–Coulomb plastic limit condition.

积为 V 材料系统, 当其总的 2 阶功满足 $d^2W = \int_V d\sigma : d\varepsilon < 0$ 时, 此时即使不改变施加在材料边界上的外荷载, 也没有外部能量的输入, 材料系统也会发生这种不可逆的整体失稳。在不排水的常规三轴剪切试验中, 轴对称加载情况下 2 阶功可表示为 $d^2W = (d\sigma_1 - d\sigma_3)d\varepsilon_1$, 当剪应力出现峰值时 2 阶功

变为 0, 此时若在试样的轴向施加微小的荷载增量, 试样即发生急剧的失稳。

根据本文的数值试验结果, 将 p - q 平面内的应力状态分成如图 5 所示的 3 个区域。以 $R = 1$ 的等体积加载路径得到的 p - q 曲线为界, 分为剪胀区和剪缩区, 剪缩区内的应力状态是稳定的, 而剪胀区内以 $R = 0.4$ 的 p - q 曲线为界, 分为剪胀-稳定区和剪胀-非稳定区。剪胀-稳定区内试样的宏观力学特性表现为剪应力应变硬化、体积剪胀, 而剪胀-非稳定区内试样的宏观力学特性则为剪应力应变软化、体积剪胀。

4 失稳线

将不同围压下发生分散性失稳时的应力状态在 p - q 平面内连接起来形成失稳线, 同时对图 1(a)的颗粒集合体, 采用表 1 参数, 进行等 p 应力路径的常规三轴剪切试验, 得到不同平均应力 p 情况下的峰值和临界应力状态。图 6 为 p - q 平面上的峰值强

度线、临界状态线和失稳线。在相同平均应力 p 下有峰值强度线 > 临界状态线 > 失稳线, 图中失稳线以上的深色部分即为在峰值强度线以内的不稳定应力状态区域。

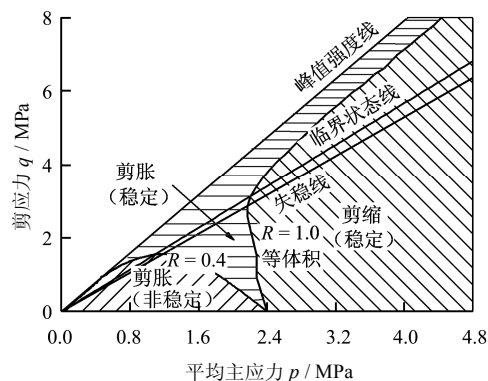


图 5 基于 2 阶功判据的应力状态分区

Fig.5 Zones of stability and instability under forced compaction and dilation

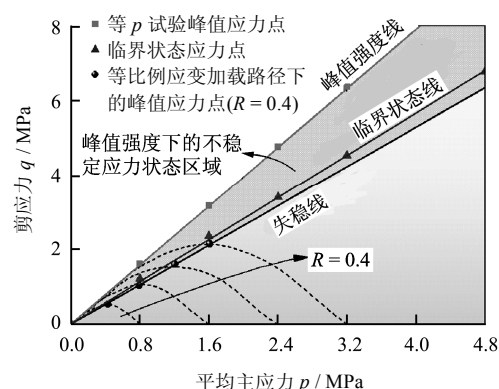


图 6 子午面上的峰值强度线、临界状态线和失稳线
Fig.6 Failure line, critical state line and instability line in meridian plane

沿等 p 应力路径将试样剪切至不同的应力水平 P1~P9, 再沿 $R = 0.400$ 的等比例应变路径加载, 结果如图 7 所示。图中, P1~P4 位于失稳线以下, P5 位于失稳线上, P6~P8 位于不稳定应力状态区域, P9 位于峰值强度线上。从图中可以看出, 当应力水平位于失稳线以下时, 在等比例应变加载过程中, 试样的剪应力逐渐增大至峰值, 峰值点的应力状态基本都落在失稳线附近。当应力水平位于失稳线及其以上 (如 P5~P9) 时, 经过等比例应变路径加载, 试样的剪应力径直减小, 应力状态贴着破坏线向下发展。

将试样剪切至不同的应力水平, 经过相同的等比例应变加载路径后, 试样最终都会发生分散性失稳。不同应力水平的区别是: 当应力水平位于失稳线以下时, 在刚开始加载时试样尚具有一定的抗剪

切能力; 应力水平位于失稳线及其以上时, 试样在等比例应力加载路径下逐渐丧失承载能力。

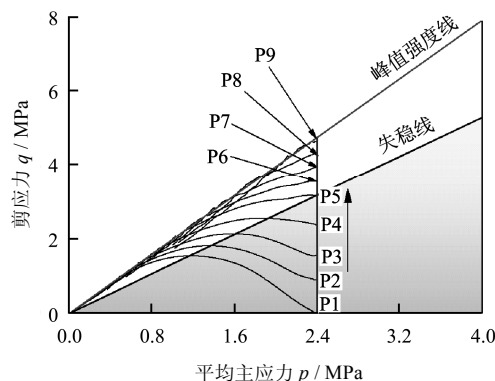


图 7 剪切至不同应力水平后的等比例应变加载路径
Fig.7 Simulated response of numerical sample after shearing to different stress levels

5 结 论

(1) 给定的应变路径下平均应力-剪应力关系曲线存在一个峰值点, 达到这个峰值点后, 如果继续施加一个无限小的轴向荷载, 试样整体出现急剧失稳。采用应变控制加载时, 试验可以继续下去, 此时平均主应力和剪应力持续减小直至 0。

(2) 根据 Hill 的材料失稳准则, 对于一个体积为 V 材料系统, 其总的 2 阶功为负时, 即使不改变施加在材料边界上的外荷载, 也没有外部能量的输入, 材料系统也会发生这种不可逆的整体失稳。

(3) 将子午面的应力状态分成 3 个区域, 以等体积加载路径得到的平均应力-剪应力曲线为界, 分为剪胀区和剪缩区。剪缩区内的应力状态是稳定的, 而剪胀区分为剪胀-稳定区和剪胀-非稳定区。

(4) 在相同平均应力下有峰值强度线高于临界状态线, 临界状态线高于失稳线。峰值强度线与失稳线之间的区域即为不稳定应力状态区域。将试样剪切至不同的应力水平, 经过相同的等比例应变加载路径后试样最终都会发生分散性失稳。

参 考 文 献

- [1] CASTRO G, POULOS S J. Factors affecting liquefaction and cyclic mobility[J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1977, 103(6): 501—506.
- [2] KRAMER S L, SEED H B. Initiation of soil liquefaction under static loading conditions[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1988, 114(4): 412—430.
- [3] LADE P V. Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1992, 118(1): 51—71.

- [4] YAMAMURO J A, LADE P V. Static liquefaction of very loose sands[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1997, 34(6): 905—917.
- [5] UTHAYAKUMAR M, VAID Y P. Static liquefaction of sands under multiaxial loading[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1998, 35(2): 273—283.
- [6] LEONG W K, CHU J, TEH C I. Liquefaction and instability of a granular fill material[J]. **Geotechnical Testing Journal**, 2000, 23(2): 178—192.
- [7] WANATOWSKI D, CHU J. Static liquefaction of sand in plane strain[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2007, 44(3): 299—313.
- [8] OLSON S M. Liquefaction analysis of level and sloping ground using field case histories and penetration resistance[D]. U.S.A.: University of Illinois, 2001.
- [9] DARVE F, LAOUAFA F. Instabilities in granular materials and application to landslides[J]. **Mechanics of Cohesive-Frictional Materials**, 2000, 5(8): 627—652.
- [10] BORJA R I. Condition for liquefaction instability in fluid-saturated granular soils[J]. **Acta Geotechnica**, 2006, 1(4): 211—224.
- [11] LANCELOT L, SHAHROUR I, AL M M. Instability and static liquefaction on proportional strain paths for sand at low stresses[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2004, 130(11): 1365—1372.
- [12] JRAD M, SUKUMARAN B, DAOUADJI A. Experimental analyses of the behaviour of saturated granular materials during axisymmetric proportional strain paths[J]. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, 2012, 16(1): 111—120.
- [13] NICOT F, DAOUADJI A, HADDA N, et al. Granular media failure along triaxial proportional strain paths[J]. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, 2013, 17(9): 777—790.
- [14] DAOUADJI A, Algali H, DARVE F, et al. Instability in granular materials: experimental evidence of diffuse mode of failure for loose sands[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2009, 136(5): 575—588.
- [15] NICOT F, DARVE F. A micro-mechanical investigation of bifurcation in granular materials[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2007, 44(20): 6630—6652.
- [16] NICOT F, DARVE F. Diffuse and localized failure modes: Two competing mechanisms[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2011, 35(5): 586—601.
- [17] NICOT F, HADDA N, BOURRIER F, et al. Failure mechanisms in granular media: A discrete element analysis[J]. **Granular Matter**, 2011, 13(3): 255—260.
- [18] SIBILLE L, DONZÉ F V, NICOT F, et al. From bifurcation to failure in a granular material: A DEM analysis[J]. **Acta Geotechnica**, 2008, 3(1): 15—24.
- [19] 马刚, 周伟, 常晓林, 等. 堆石体三轴剪切试验的三维细观数值模拟[J]. **岩土工程学报**, 2011, 33(5): 746—753.
- MA Gang, ZHOU Wei, CHANG Xiao-lin, et al. 3D mesoscopic numerical simulation of triaxial shear tests for rockfill[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(5): 746—753.
- [20] 马刚, 周伟, 常晓林, 等. 考虑颗粒破碎的堆石体三维随机多面体细观数值模拟[J]. **岩石力学与工程学报**, 2011, 30(8): 1671—1682.
- MA Gang, ZHOU Wei, CHANG Xiao-lin, et al. Mesoscopic numerical simulation of rockfill considering particle breakage by using three-dimensional stochastic polyhedrons[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2011, 30(8): 1671—1682.